# 1　ベクトルの加減算

$N \times 1$ 行列 (長さ $N$ の縦ベクトル)$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ が

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{N-1} \end{bmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{N-1} \end{bmatrix} \tag{1}$$

のように与えられている時,

$$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} a_0 + b_0 \\ a_1 + b_1 \\ \vdots \\ a_{N-1} + b_{N-1} \end{bmatrix}, \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} a_0 - b_0 \\ a_1 - b_1 \\ \vdots \\ a_{N-1} - b_{N-1} \end{bmatrix} \tag{2}$$

が成立する.

# 2　行列の加減算

$M \times N$ 行列 $\boldsymbol{A}$ と $\boldsymbol{B}$ が

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \cdots & a_{0,N-1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \cdots & a_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M-1,0} & a_{M-1,1} & \cdots & a_{M-1,N-1} \end{bmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} b_{0,0} & b_{0,1} & \cdots & b_{0,N-1} \\ b_{1,0} & b_{1,1} & \cdots & b_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{M-1,0} & b_{M-1,1} & \cdots & b_{M-1,N-1} \end{bmatrix} \tag{3}$$

のように与えられている時,

$$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} a_{0,0} + b_{0,0} & a_{0,1} + b_{0,1} & \cdots & a_{0,N-1} + b_{0,N-1} \\ a_{1,0} + b_{1,0} & a_{1,1} + b_{1,1} & \cdots & a_{1,N-1} + b_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M-1,0} + b_{M-1,0} & a_{M-1,1} + b_{M-1,1} & \cdots & a_{M-1,N-1} + b_{M-1,N-1} \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} a_{0,0} - b_{0,0} & a_{0,1} - b_{0,1} & \cdots & a_{0,N-1} - b_{0,N-1} \\ a_{1,0} - b_{1,0} & a_{1,1} - b_{1,1} & \cdots & a_{1,N-1} - b_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M-1,0} - b_{M-1,0} & a_{M-1,1} - b_{M-1,1} & \cdots & a_{M-1,N-1} - b_{M-1,N-1} \end{bmatrix} \tag{5}$$

が成立する.

# 3　行列の乗算

$L \times M$ 行列 $\boldsymbol{A}$ と $M \times N$ 行列 $\boldsymbol{B}$ が

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \cdots & a_{0,M-1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \cdots & a_{1,M-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{L-1,0} & a_{L-1,1} & \cdots & a_{L-1,M-1} \end{bmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} b_{0,0} & b_{0,1} & \cdots & b_{0,N-1} \\ b_{1,0} & b_{1,1} & \cdots & b_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{M-1,0} & b_{M-1,1} & \cdots & b_{M-1,N-1} \end{bmatrix} \tag{6}$$

のように与えられている時,

$$\boldsymbol{AB} = \begin{bmatrix} \sum_{m=0}^{M-1} a_{0,m}b_{m,0} & \sum_{m=0}^{M-1} a_{0,m}b_{m,1} & \cdots & \sum_{m=0}^{M-1} a_{0,m}b_{m,N-1} \\ \sum_{m=0}^{M-1} a_{1,m}b_{m,0} & \sum_{m=0}^{M-1} a_{1,m}b_{m,1} & \cdots & \sum_{m=0}^{M-1} a_{1,m}b_{m,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{m=0}^{M-1} a_{L-1,m}b_{m,0} & \sum_{m=0}^{M-1} a_{L-1,m}b_{m,1} & \cdots & \sum_{m=0}^{M-1} a_{L-1,m}b_{m,N-1} \end{bmatrix} \tag{7}$$

が成立する．従って，$L \times N$ 行列 $\boldsymbol{AB}$ の第 $(l, n)$ 成分は

$$\sum_{m=0}^{M-1} a_{l,m}b_{m,n} \tag{8}$$

で与えられる.

# 4 行列とベクトルの乗算

$M \times N$ 行列 $\boldsymbol{A}$ と $N \times 1$ 行列 $\boldsymbol{b}$ が

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \cdots & a_{0,N-1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \cdots & a_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M-1,0} & a_{M-1,1} & \cdots & a_{M-1,N-1} \end{bmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{N-1} \end{bmatrix} \tag{9}$$

のように与えられている時,

$$\boldsymbol{Ab} = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{N-1} a_{0,n}b_n \\ \sum_{n=0}^{N-1} a_{1,n}b_n \\ \vdots \\ \sum_{n=0}^{N-1} a_{M-1,n}b_n \end{bmatrix} \tag{10}$$

が成立する．従って，$M \times 1$ 行列 $\boldsymbol{Ab}$ の第 $m$ 成分は

$$\sum_{n=0}^{N-1} a_{m,n}b_n \tag{11}$$

で与えられる.