

プログラミング演習1

— 課題4の付録3 —

ニュートン・コーツの公式の打ち切り誤差

→ 川上一郎「数値計算」第5章 5.1 (pp.123~124) 参照

「ニュートン・コーツの公式」は、1次式近似の「台形公式」、2次式近似の「シンプソンの公式」を一般化し、 $f(x)$ を n 次多項式で近似したときの 積分公式である。

「ニュートン・コーツの公式」の打ち切り誤差は、 n が奇数のとき

$$E_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi_i)}{(n+1)!} h^{n+2} \int_0^n t(t-1)(t-2)\cdots(t-n)dt$$

n が偶数のとき

$$E_n = \frac{f^{(n+2)}(\xi_i)}{(n+2)!} h^{n+3} \int_0^n t^2(t-1)(t-2)\cdots(t-n)dt$$

である。ここに、 ξ_i は、 $x = x_i$ から x_{i+n} までの小区間のなかのある x の値 $x_i < \xi < x_{i+n}$ である。

「台形公式」($n=1$)の場合

$$E_1 = \frac{f^{(2)}(\xi_i)}{2!} h^3 \int_0^1 t(t-1)dt = -\frac{h^3}{12} f^{(2)}(\xi_i)$$

「シンプソンの公式」($n=2$)の場合

$$E_2 = \frac{f^{(4)}(\xi_i)}{4!} h^5 \int_0^2 t(t-1)(t-2)dt = -\frac{h^5}{90} f^{(4)}(\xi_i)$$

n が大きいほど打ち切り誤差は小さくなる傾向があるが、 n が偶数のときのほうが奇数のときよりも有利である。

[【目次】](#) | [【1.】](#) | [【2.】](#) | [【3.】](#) | [【付録1】](#) | [【付録2】](#)