

ベクトル，行列の演算

1 ベクトルの加減算

$N \times 1$ 行列 (長さ N のベクトル) $\underline{a}, \underline{b}$ が

$$\underline{a} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{N-1} \end{bmatrix}, \underline{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{N-1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

のように与えられている時,

$$\underline{a} + \underline{b} = \begin{bmatrix} a_0 + b_0 \\ a_1 + b_1 \\ \vdots \\ a_{N-1} + b_{N-1} \end{bmatrix}, \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} a_0 - b_0 \\ a_1 - b_1 \\ \vdots \\ a_{N-1} - b_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

が成立する

2 行列の加減算

$M \times N$ 行列 $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ が

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \cdots & a_{0,N-1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \cdots & a_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M-1,0} & a_{M-1,1} & \cdots & a_{M-1,N-1} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{0,0} & b_{0,1} & \cdots & b_{0,N-1} \\ b_{1,0} & b_{1,1} & \cdots & b_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{M-1,0} & b_{M-1,1} & \cdots & b_{M-1,N-1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

のように与えられている時,

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{0,0} + b_{0,0} & a_{0,1} + b_{0,1} & \cdots & a_{0,N-1} + b_{0,N-1} \\ a_{1,0} + b_{1,0} & a_{1,1} + b_{1,1} & \cdots & a_{1,N-1} + b_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M-1,0} + b_{M-1,0} & a_{M-1,1} + b_{M-1,1} & \cdots & a_{M-1,N-1} + b_{M-1,N-1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{0,0} - b_{0,0} & a_{0,1} - b_{0,1} & \cdots & a_{0,N-1} - b_{0,N-1} \\ a_{1,0} - b_{1,0} & a_{1,1} - b_{1,1} & \cdots & a_{1,N-1} - b_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M-1,0} - b_{M-1,0} & a_{M-1,1} - b_{M-1,1} & \cdots & a_{M-1,N-1} - b_{M-1,N-1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

が成立する.

3 行列の乗算

$L \times M$ 行列 $\mathbf{A}$ と, $M \times N$ 行列 $\mathbf{B}$ が

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \cdots & a_{0,M-1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \cdots & a_{1,M-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{L-1,0} & a_{L-1,1} & \cdots & a_{L-1,M-1} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{0,0} & b_{0,1} & \cdots & b_{0,N-1} \\ b_{1,0} & b_{1,1} & \cdots & b_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{M-1,0} & b_{M-1,1} & \cdots & b_{M-1,N-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

のように与えられている時,

$$\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} \sum_{m=0}^{M-1} a_{0,m} b_{m,0} & \sum_{m=0}^{M-1} a_{0,m} b_{m,1} & \cdots & \sum_{m=0}^{M-1} a_{0,m} b_{m,N-1} \\ \sum_{m=0}^{M-1} a_{1,m} b_{m,0} & \sum_{m=0}^{M-1} a_{1,m} b_{m,1} & \cdots & \sum_{m=0}^{M-1} a_{1,m} b_{m,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{m=0}^{M-1} a_{L-1,m} b_{m,0} & \sum_{m=0}^{M-1} a_{L-1,m} b_{m,1} & \cdots & \sum_{m=0}^{M-1} a_{L-1,m} b_{m,N-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

が成立する. $L \times N$ 行列 $\mathbf{AB}$ の第 (l, n) 成分は

$$\sum_{m=0}^{M-1} a_{l,m} b_{m,n} \quad (8)$$

で与えられる.

4 行列とベクトルの乗算

$M \times N$ 行列 $\mathbf{A}$ と, $N \times 1$ 行列 $\underline{b}$ が

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \cdots & a_{0,N-1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \cdots & a_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M-1,0} & a_{M-1,1} & \cdots & a_{M-1,N-1} \end{bmatrix}, \underline{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{N-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

のように与えられているとき,

$$\mathbf{A}\underline{b} = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{N-1} a_{0,n} b_n \\ \sum_{n=0}^{N-1} a_{1,n} b_n \\ \vdots \\ \sum_{n=0}^{N-1} a_{M-1,n} b_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

が成立する.